

**SIMULAREA PROBEI DE MATEMATICĂ DIN CADRUL
EXAMENULUI DE BACALAUREAT 2013 LA NIVELUL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI
26 APRILIE 2013**

M_tehnologic pentru filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse naturale și protecția mediului, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale;

- Toate subiectele sunt obligatorii. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete.

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

- 5p 1. Se consideră progresia geometrică $(b_n)_{n \geq 1}$ în care $b_1 = 1$ și $b_2 = 2$. Determinați b_5 .
- 5p 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -2x + 1$. Calculați $f(1) + f(0)$.
- 5p 3. Calculați $2 \log_{2013} 4 - 4 \log_{2013} 2$.
- 5p 4. Rezolvați în \mathbb{R} ecuația $\sqrt[3]{x - 2005} = 2$.
- 5p 5. Calculați $\cos 45^\circ + \cos 135^\circ + \sin 30^\circ$.
- 5p 6. Determinați numărul real a pentru care punctul $A(0, 1)$ se află pe dreapta de ecuație $x + ay - 1 = 0$.

SUBIECTUL II **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricele $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ și $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
- 5p a) Demonstrați că $A^2 + A = I_2$.
- 5p b) Determinați inversa matricei A .
- 5p c) Demonstrați că ecuația $\det(xI_2 - A) = 1$, are două soluții reale distincte.
2. Se consideră polinomul $f = X^3 + 2X \in \mathbb{Z}_3[X]$, unde $\mathbb{Z}_3 = \{\hat{0}, \hat{1}, \hat{2}\}$.
- 5p a) Verificați dacă $f(\hat{1}) = \hat{0}$.
- 5p b) Determinați rădăcinile din \mathbb{Z}_3 ale polinomului f .
- 5p c) Descompuneți polinomul f în produs de factori ireductibili în $\mathbb{Z}_3[X]$.

SUBIECTUL III **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{1}{x^2 + 1}$.
- 5p a) Calculați $f'(0)$.
- 5p b) Determinați intervalele de monotonie ale funcției.
- 5p c) Demonstrați că $\frac{3}{2} \leq f(x) \leq 2$ pentru orice $x \in [0, 1]$.
2. Se consideră funcția $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} + 2013$.
- 5p a) Calculați $\int_0^1 (f(x) - \sqrt{x}) dx$.
- 5p b) Calculați volumul corpului obținut prin rotirea în jurul axei Ox , a graficului funcției $h: [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $h(x) = f(x) - 2013$.
- 5p c) Arătați că $F: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $F(x) = \frac{2x\sqrt{x}}{3} + 2013x - \frac{2}{3}$ este o primitivă a funcției f .